

# Travaux dirigés de magnétisme

**Année 2022-2023**

**Arnaud LE PADELLEC**

[alepadellec@irap.omp.eu](mailto:alepadellec@irap.omp.eu)

## P r é s e n t a t i o n

Tous les exercices de magnétisme qui seront abordés en Travaux Dirigés cette année sont regroupés dans ce fascicule.

Ces exercices sont regroupés par thème. Chacun des thèmes est introduit par un personnage historique, dont les travaux ont contribué à l'avancement du thème considéré. Puis, les objectifs du thème sont énoncés.

Sur certains chapitres, on trouve ensuite un questionnaire, type QCM, comportant des questions de cours : il est nécessaire de le faire seul, chez soi, et avant de venir en TD. C'est un travail préparatoire, qui permet de s'assurer que les notions de base requises pour la résolution des exercices sont bien comprises. L'étudiant pourra alors s'évaluer selon le barème ci-dessous.

Chaque question est notée de 0 à 2 points :

- Pas de réponse : 0 point
- Aucune erreur : 2 points
- 1 erreur : 1 point
- 2 erreurs et plus : 0 point

Le niveau d'acquisition des connaissances est évalué en fonction du nombre de total de points recueillis pour l'ensemble des questions :

Total (par exemple, avec 5 questions, donc un maximum de 10 points)

- |                                       |               |   |
|---------------------------------------|---------------|---|
| • Connaissances acquises              | Supérieur à 7 | ☺ |
| • Connaissances en voie d'acquisition | De 4 à 7      | ☹ |
| • Connaissances non acquises          | Inférieur à 4 | ☹ |

Il est demandé aux étudiants de préparer la séance de travaux dirigés, en cherchant les différents exercices du thème, en particulier ceux à faire avant le TD. Tous les exercices du thème ne seront pas traités en TD.

*Sauf cas particuliers surmontés de flèches, les vecteurs sont représentés en gras,  
conformément aux notations internationales*

*L'ensemble programmé sera sous forme de cours-TD intégré.*

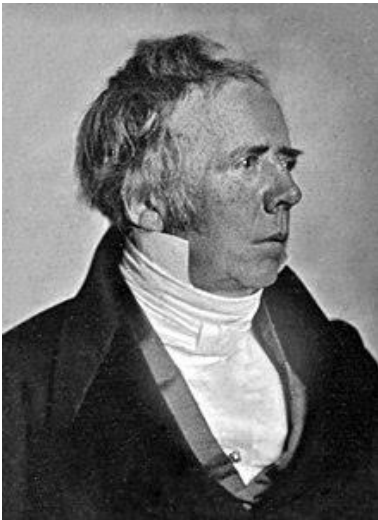
### **Magnétisme**

1. Symétries et invariances (rappel en électrostatique, en magnétostatique)
2. Electrostatique – fin (forme locale du théorème de Gauss) / développements de quelques outils d'analyse vectorielle.
3. Conducteurs électriques / déplacement de charges (courant, densité volumique de courant, force de Lorentz) et production de  $B_{\text{stat}}$  (loi de Biot et Savart pour un fil infini) / particules chargées dans  $B_{\text{stat}}$  (effet Hall, ...).
4. Magnétostatique et équations de Maxwell dans le vide (formes locales et intégrales dont théorème d'Ampère –cas du fil infini-)
5. Dipôles électrostatique et magnétique / développements autour de la bobine.
6. Quelques éléments d'électrostatique et de magnétostatique dans la matière (vecteurs polarisation, excitation) incluant des applications dans les milieux LHI.

L'enseignant

## ***Thème 1***

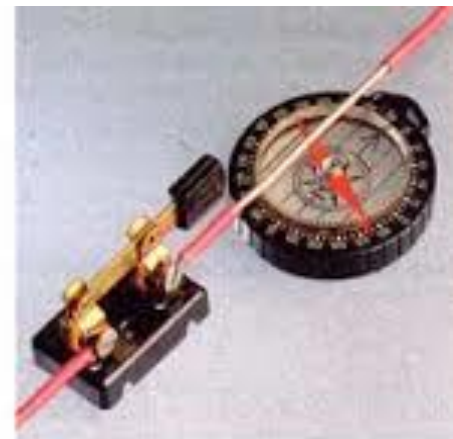
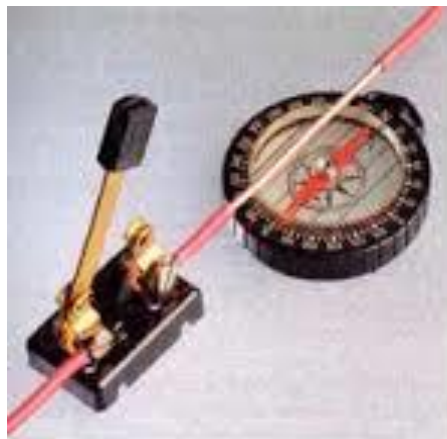
### ***Invariance et symétrie, orientation du champ magnétique, outils d'analyse vectorielle et éléments d'électrostatique***



**Hans Christian Ørsted (1777- 1851)**

*Physicien et chimiste danois. Il est à l'origine de la découverte de l'interaction entre électricité et magnétisme. En avril 1820, lors d'un cours sur l'électricité qu'il faisait à ses étudiants, il démontra qu'un fil transportant du courant était capable de faire bouger l'aiguille aimantée d'une boussole..*

*Il découvrit ainsi l'interaction entre les forces électriques et les forces magnétiques dans une expérience qui nous apparaît aujourd'hui comme très simple.*



*Fig. 1 : expérience d'Ørsted ; lorsque qu'un courant traverse un fil situé à proximité d'une boussole, l'aiguille aimantée est déviée d'un angle lié à l'intensité du courant.*

**Questionnaire :**

1. Si le plan  $(Oxy)$  est plan de symétrie d'une distribution de courants, alors :

- en un point  $M$  quelconque de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$ .
- en un point  $M$  quelconque de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$ .
- La composante  $B_z(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_z(x, y, z) = B_z(x, y, -z)$ .
- La composante  $B_z(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_z(x, y, z) = -B_z(x, y, -z)$ .
- La composante  $B_x(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_x(x, y, z) = B_x(x, y, -z)$ .
- La composante  $B_x(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_x(x, y, z) = -B_x(x, y, -z)$ .
- en un point  $M$  quelconque du plan  $(Oxy)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$ .
- en un point  $M$  quelconque du plan  $(Oxy)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$ .
- Aucune réponse n'est correcte.

2. Si le plan  $(Oxy)$  est plan de d'antisymétrie d'une distribution de courants, alors :

- en un point  $M$  quelconque de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$ .
- en un point  $M$  quelconque de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$ .
- La composante  $B_z(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_z(x, y, z) = B_z(x, y, -z)$ .
- La composante  $B_z(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_z(x, y, z) = -B_z(x, y, -z)$ .
- La composante  $B_x(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_x(x, y, z) = B_x(x, y, -z)$ .
- La composante  $B_x(x, y, z)$  du champ magnétique en un point  $M$  quelconque est telle que  $B_x(x, y, z) = -B_x(x, y, -z)$ .
- en un point  $M$  quelconque du plan  $(Oxy)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$ .
- en un point  $M$  quelconque du plan  $(Oxy)$ , le champ magnétique est de la forme  $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$ .
- Aucune réponse n'est correcte.

**Exercice 1 : fil de longueur finie**

On considère une distribution constituée par un fil rectiligne de longueur finie parcouru par un courant d'intensité  $I$  en coordonnées cylindriques.

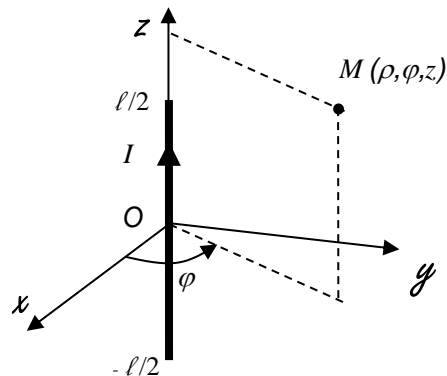


Fig. 2

1. Faire l'étude des invariances et en déduire les coordonnées dont dépend le champ magnétostatique.
2. Le point  $M$  appartient maintenant à l'axe  $Oy$  ( $y > 0$ ), par des considérations de symétries, donner l'orientation du vecteur champ magnétostatique.

**Exercice 2 : application des règles d'orientation du champ magnétostatique**

A partir des différents procédés techniques énoncés en cours (règles des trois doigts, du tire-bouchon, du bonhomme d'Ampère et de la main droite), déterminer selon le cas l'orientation du champ magnétostatique total au point  $M$  ou du courant  $I$  pour le conducteur.

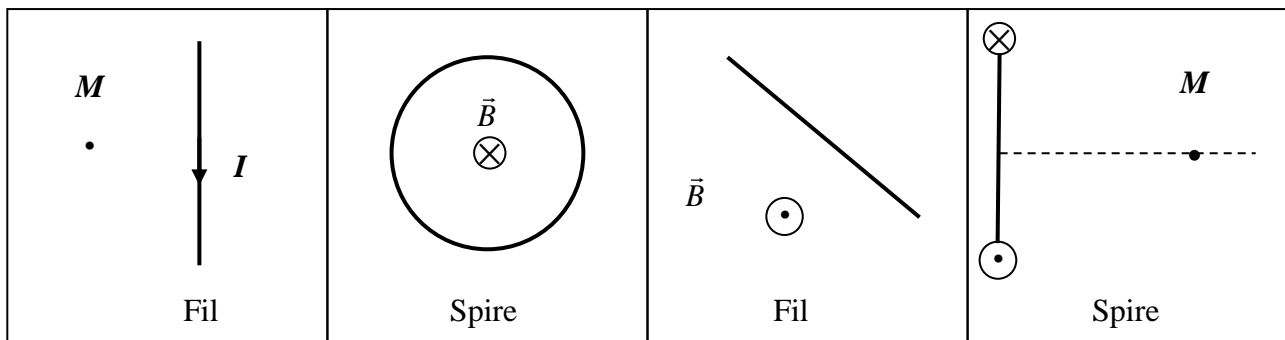


Fig. 3

**Exercice 3 : opérateur gradient**

Un point  $M$  de l'espace est repéré par le vecteur position  $\vec{r}$  de norme  $r$ . Déterminer  $\overrightarrow{\text{grad}}(kr^n)$  où  $k$  est une constante et  $n$  un entier.

**Exercice 4 : caractères divergent et rotationnel d'un champ**

Représenter les champs de vecteur suivants puis calculer leur divergence et leur rotationnel ( $k$  est une constante positive) :

Fil infiniment long de rayon  $a$ , parcouru par un courant  $I$  :

$$\rho > a \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \vec{e}_\varphi$$

$$\rho < a \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi a^2} \vec{e}_\phi$$

Cylindre massif de rayon  $a$  uniformément chargé ( $\gamma$  densité volumique de charge) :

$$\vec{E}_{in} = \frac{\gamma}{\epsilon_0} \frac{\rho}{2} \vec{e}_\rho$$

$$\vec{E}_{ex} = \frac{\gamma}{\epsilon_0} \frac{a^2}{2\rho} \vec{e}_\rho$$

Sphère uniformément chargée (charge totale  $Q$ ) de rayon  $R$  :

$$\vec{E}_{in} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3} \vec{e}_r$$

$$\vec{E}_{ex} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

### Exercice 5 : forme locale du théorème de Gauss

Champ créé par un cylindre de révolution - Méthode des équations locales

On considère un cylindre de révolution d'axe ( $Oz$ ) de rayon  $R$ , de longueur infinie et portant une densité de charge constante  $\rho_0$ . On se propose d'utiliser la forme locale du théorème de Gauss pour calculer la valeur du champ électrostatique en tout point  $M$  de l'espace.

1. Analyser les invariances du système, choisir le système de coordonnées le mieux adapté et donner les variables dont dépend le champ électrostatique  $\vec{E}$ .
2. Décrire tous les plans de symétrie contenant  $M$  et en déduire l'orientation du champ électrostatique  $\vec{E}$ .
3. En utilisant la forme locale du théorème de Gauss, calculer, à une constante  $C_1$  près, l'expression du champ électrostatique  $\vec{E}$  en tout point  $M$  situé à l'intérieur du cylindre.
4. En utilisant la forme locale du théorème de Gauss, calculer, à une constante  $C_2$  près, l'expression du champ électrostatique  $\vec{E}$  en tout point  $M$  situé à l'extérieur du cylindre.
5. Connaissant la valeur du champ sur l'axe ( $Oz$ ) grâce à l'analyse des symétries, déterminer la valeur de la constante  $C_1$  et donc l'expression finale du champ électrostatique à l'intérieur du cylindre.
6. En utilisant la continuité du champ électrostatique en  $r = R$ , déterminer la valeur de la constante  $C_2$  et donc l'expression finale du champ électrostatique à l'extérieur du cylindre.
7. Calculer le potentiel électrostatique à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. Pour déterminer les constantes d'intégration, on fixera  $V(r = R) = 0$ .
8. Tracer les variations du module du champ électrostatique et du potentiel en fonction de  $r$ .

### Exercice 6 : ruban (à faire après le TD)

On considère une distribution constituée d'un ruban conducteur plan de largeur  $l$  et de longueur infinie parcouru par un courant d'intensité  $I$  (vers les  $y > 0$ ) en coordonnées cartésiennes.

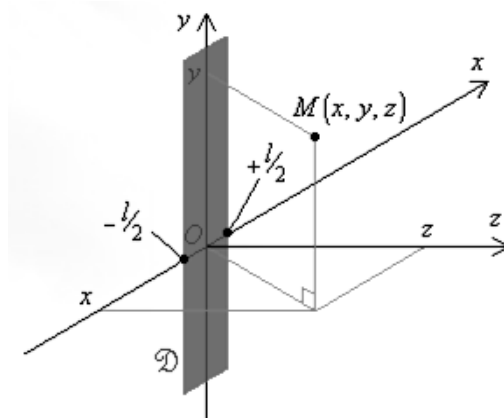


Fig. 4

1. Faire l'étude des invariances et en déduire les coordonnées dont dépend le champ magnétostatique.
2. Par des considérations de symétries, donner l'orientation du champ magnétostatique si  $M$  appartient à l'axe  $Oz$  ( $z > 0$ ).

### **Exercice 7 : spire (à faire après le TD)**

On considère une distribution constituée par une spire de rayon  $R$  parcouru par un courant d'intensité  $I$  en coordonnées cylindriques.

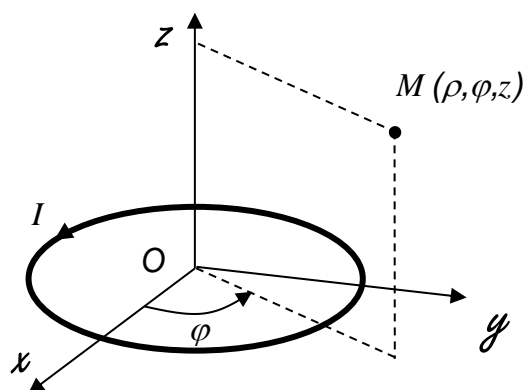


Fig. 5

1. Faire l'étude des invariances et en déduire les coordonnées dont dépend le champ magnétostatique.
2. Le point  $M$  appartient maintenant à l'axe  $Oz$ , par des considérations de symétries, donner l'orientation du vecteur champ magnétostatique.



## Thème 2

### Conduction électrique, champ magnétique résultant d'une distribution de courant, calcul direct avec la loi de Biot et Savart



**Jean-Baptiste Biot (1774-1862)**

Physiciens français. Avec Félix SAVART, il détermine en 1820, la valeur du champ magnétique engendré par un courant électrique et donne la loi qui régit le phénomène (loi de Biot et Savart).

#### Objectifs :

- Déterminer le sens et la direction du champ magnétostatique à l'aide des règles définies en cours
- Déterminer le champ magnétostatique à partir de la loi de Biot et Savart.

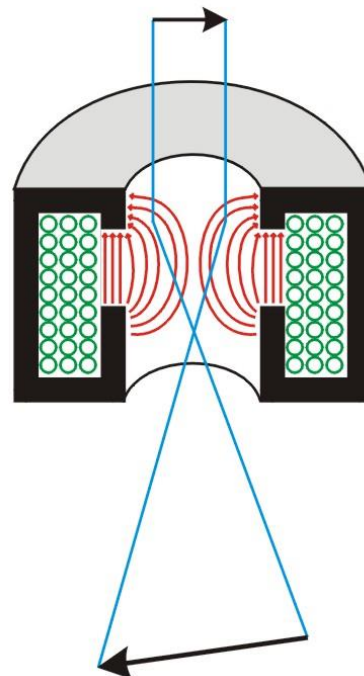


Fig. 6 : lentille magnétique

Ce type de lentilles est utilisé dans un microscope électronique en transmission et sert à focaliser un faisceau d'électrons de grande énergie (plusieurs centaines de keV).

**Questionnaire :**

1. Le champ magnétique  $d\vec{B}(M)$  créé au point  $M$  par un élément de courant  $I \cdot d\vec{l}$  situé au point  $P$  est :

- un vecteur parallèle à  $\overrightarrow{PM}$ .
- un vecteur perpendiculaire à  $\overrightarrow{PM}$ .
- un vecteur parallèle à  $I \cdot d\vec{l}$ .
- un vecteur perpendiculaire à  $I \cdot d\vec{l}$ .
- un vecteur tel que  $I \cdot d\vec{l}$  forment un trièdre direct.
- un vecteur tel que  $\{\overrightarrow{PM}; I \cdot d\vec{l}; d\vec{B}\}$  forment un trièdre direct.
- un vecteur dont la norme est proportionnelle à  $1/\|\overrightarrow{PM}\|$ .
- un vecteur dont la norme est proportionnelle à  $1/\|\overrightarrow{PM}\|^3$ .
- un vecteur dont la norme est proportionnelle à  $I$ .
- un vecteur dont la norme est proportionnelle à  $1/I$ .
- un vecteur dont la norme est proportionnelle à la perméabilité magnétique  $\mu_0$ .

2. La perméabilité magnétique du vide  $\mu_0$  peut être exprimée en fonction de grandeurs fondamentales du système international d'unités. Sa dimension est alors donnée par :

- $[\mu_0] = 1$  (Quantité sans dimension).
- $[\mu_0] = I^2 T^{-2} M^{-1} L$ .
- $[\mu_0] = I^2 T^2 M^{-1} L^{-1}$ .
- $[\mu_0] = I^{-2} T^{-2} M L$ .
- Aucune réponse n'est correcte.

3. On place un élément de courant  $I_1 \cdot d\vec{l}_1$  au point  $P_1$  et un élément de courant  $I_2 \cdot d\vec{l}_2$  au point  $P_2$ . On se place dans le cas où  $I_1 \cdot d\vec{l}_1$  et  $I_2 \cdot d\vec{l}_2$  sont perpendiculaires au vecteur  $\overrightarrow{P_1 P_2}$ . Le champ magnétique  $d\vec{B}(M)$  au point  $M$ , milieu du segment  $[P_1 P_2]$ , est :

- parallèle à  $\overrightarrow{P_1 P_2}$ , dans tous les cas.
- dirigé dans une direction perpendiculaire à  $\overrightarrow{P_1 P_2}$  si  $I_1 \cdot d\vec{l}_1 = I_2 \cdot d\vec{l}_2$ .
- dirigé dans une direction perpendiculaire à  $\overrightarrow{P_1 P_2}$  si  $I_1 \cdot d\vec{l}_1 = -I_2 \cdot d\vec{l}_2$ .
- nul si  $I_1 \cdot d\vec{l}_1 = -I_2 \cdot d\vec{l}_2$ .
- nul si  $I_1 \cdot d\vec{l}_1 = I_2 \cdot d\vec{l}_2$ .

4. Dans le Système International d'Unités, un champ magnétique s'exprime en Tesla. Cette unité signifie en fait :

- $\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \text{A}^{-1}$
- $\text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2 \text{A}$
- $\text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \text{A}$
- Aucune réponse n'est correcte.

**Exercice 8 : résistance d'un fil cylindrique**

Un fil cylindrique homogène d'axe  $Ox$ , de section droite  $S$ , de longueur  $L$  et de conductivité  $\sigma$ , est soumis à la différence de potentiel  $(V_1 - V_2)$ . Le vecteur densité de courant  $\mathbf{J}$  est dirigé vers les  $x$  positifs et constant en grandeur et direction.

1. Calculer en fonction de  $\mathbf{J}$  et de  $S$  l'intensité du courant qui parcourt le conducteur.
2. Déterminer en fonction de la différence de potentiel le vecteur champ électrostatique dans le conducteur.
3. Dédire de la loi d'Ohm l'expression de la résistance du conducteur.

Dans les mêmes conditions, on étudie maintenant un fil cylindrique inhomogène de rayon  $a$  dont la conductivité varie en fonction de  $\rho$  (distance à l'axe du fil) selon la loi :  $\sigma(\rho) = \alpha \times \rho^2$  où  $\alpha$  est une constante positive.

4. Donner l'expression du vecteur densité de courant.
5. Calculer le courant  $I$  qui circule dans le conducteur.
6. En déduire l'expression de la résistance du conducteur.

**Exercice 9 : effet Hall : principe d'une pince ampèremétrique**

Un semi-conducteur parallélépipédique (ayant  $n$  électrons de conduction par  $m^3$ ) est utilisé comme sonde à effet Hall à l'intérieur d'une pince ampèremétrique. Une source de courant, intégrée dans la pince, alimente la sonde avec une densité de courant  $\mathbf{J}$ . La pince entoure un fil parcouru par un courant  $I$  qui crée dans la pince un champ homogène  $\mathbf{B}$  perpendiculaire à  $\mathbf{J}$ .

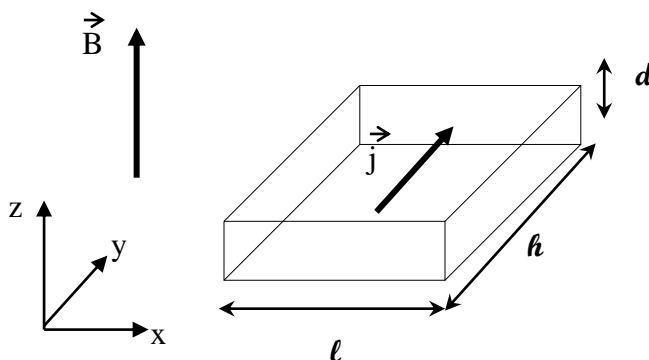


Fig. 7

1. Exprimez la vitesse de dérive moyenne  $\mathbf{v}_d$  des électrons dans le semi-conducteur et représentez cette vitesse sur le schéma.
2. En déduire l'expression de la force magnétique moyenne qui s'applique sur les électrons du semi-conducteur et représentez cette force sur le schéma.
3. Montrez qu'un champ électrique  $\mathbf{E}_H$  apparaît perpendiculaire à  $\mathbf{J}$ . Représentez ce champ et la force électrique qui en découle.
4. A l'état stationnaire, c'est à dire lorsque l'équilibre des forces est réalisé, exprimez  $\mathbf{E}_H$  en fonction des données du problème. En déduire l'expression de la tension de Hall  $V_H$ .
5. Le matériau magnétique à l'intérieur de la pince concentre les lignes de champ magnétique engendrées par le courant  $I$ . Il en résulte que le champ  $\mathbf{B}$  dans la pince peut être considéré homogène avec une valeur égale à celui créé par un fil infini à une distance moyenne égale au rayon  $a$  de la pince (il faut cependant remplacer  $\mu_0$ , la perméabilité magnétique du vide, par  $\mu = \mu_r \mu_0$  la perméabilité magnétique du matériau).

Calculez le champ magnétique dans la pince lorsque  $I = 1 \text{ A}$ ,  $a = 1 \text{ cm}$  et  $\mu_r = 1000$ .

En déduire la tension de Hall  $V_H$  mesurée à l'aide de la pince sachant que  $n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $J = 50 \times 10^3 \text{ Am}^{-2}$  et  $l = 2 \text{ mm}$ .

### **Exercice 10 : application de la loi de Biot et Savart**

L'espace est rapporté à un référentiel orthonormé direct  $(O, x, y, z)$ . Nous travaillons dans la base  $B = (e_x, e_y, e_z)$ . On considère l'élément de courant  $I dl$   $(0, 0, I dl)$  placé au point  $S(0, 0, 0)$ . Calculer  $d\mathbf{B}(M)$  au point  $M(0, a, 0)$  en utilisant la loi de Biot et Savart sachant que  $a$  et  $I$  sont constants.

### **Exercice 11 : spire circulaire (à faire après le TD)**

Soit une spire circulaire, centrée au point  $O$  d'un repère  $(O, e_x, e_y, e_z)$ , d'axe  $Oz$ , de rayon  $R$ , et parcourue par un courant d'intensité  $I$ . On désire calculer le champ magnétostatique créé en un point  $M(0, 0, z)$  de l'axe de la spire.

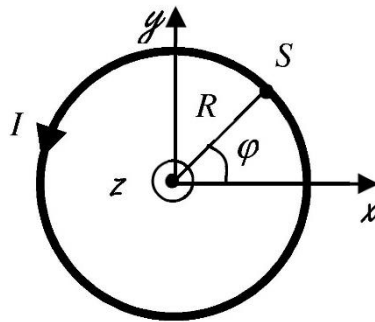


Fig. 8

1. On considère un élément de courant  $I dl$ , pris en un point  $S$  de la spire. Expliciter, dans le système des coordonnées cylindriques associées au point  $S$ , toutes les composantes du champ magnétostatique élémentaire  $d\mathbf{B}(M)$  créé au point  $M$  par cet élément de courant.
2. En déduire l'expression du champ magnétostatique total  $\mathbf{B}(M)$ .
3. Tracer les variations de la composante  $B_z(z)$ . Commenter la propriété de parité de cette composante.
4. Exprimer  $\mathbf{B}(M)$  en fonction de l'angle sous lequel on voit la spire depuis le point  $M$ .
5. Montrer que la direction du champ  $\mathbf{B}(M)$  aurait pu être déduite à partir de considérations de symétrie.
6. On considère maintenant un point  $N$ , qui n'est pas situé sur l'axe de la spire, ainsi que le référentiel cylindrique associé à ce point. Utiliser des considérations de symétrie pour prédire les composantes non nulles du champ  $\mathbf{B}(N)$  dans cette base.
7. Expliciter dans le système des coordonnées cartésiennes, le champ magnétostatique élémentaire  $d\mathbf{B}(N)$  en fonction de  $R$ ,  $\varphi$  et  $x$ .

### **Exercice 12 : champ magnétostatique sur l'axe d'un solénoïde (à faire après le TD)**

Un solénoïde est un enroulement serré de fils fins parcourus par un courant sur une surface cylindrique d'axe  $Oz$ , de centre  $O$ , de rayon  $a$  et de longueur  $L$ , correspondant à l'association de  $N$  spires (voir Fig. 9). Il comporte donc  $n$  spires par unité de longueur. Il est parcouru par un courant d'intensité  $I$ .

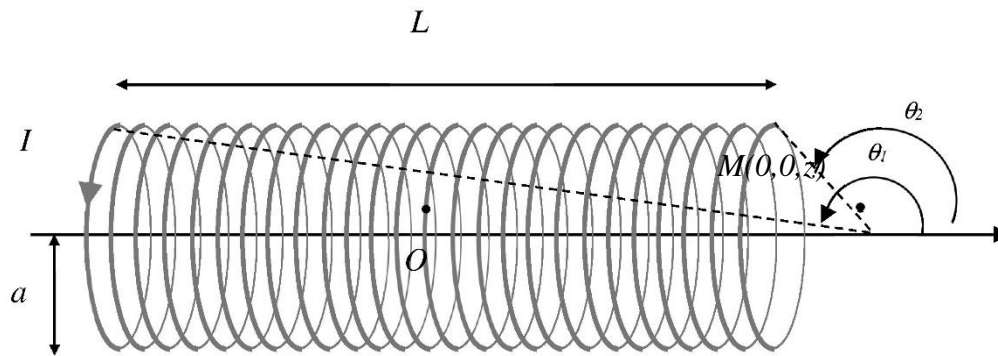


Fig. 9

1. Afin de calculer le champ magnétostatique, le solénoïde sera décomposé en portions élémentaires de longueur  $dz_s$  (voir Fig. 10). Donner la contribution  $d\vec{B}(M)$  en fonction de  $n$ ,  $dz_s$  et  $\theta(z_s)$  en généralisant le résultat obtenu pour une spire.

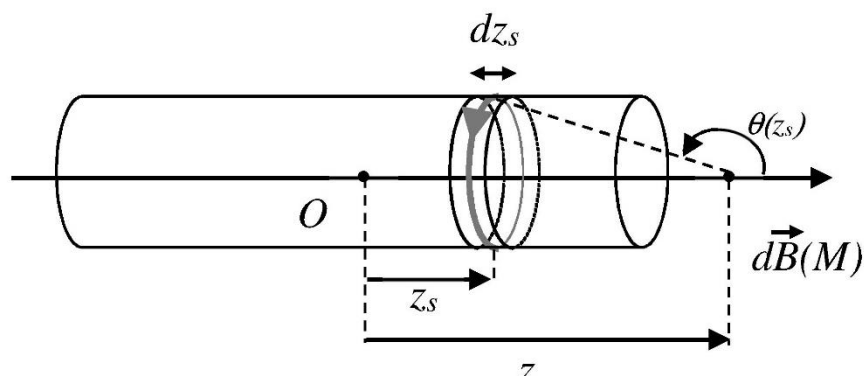


Fig. 10

2. Exprimer le vecteur champ magnétostatique  $\vec{B}(M)$  en un point  $M$  de l'axe  $Oz$  en fonction des deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .
3. Calculer en fonction de  $L$  et  $a$  le vecteur champ magnétostatique  $\vec{B}$  au point  $O$ . Envisager le cas où  $a \gg L$ .
4. Déterminer l'expression du champ magnétostatique si le solénoïde devient infini.
5. En supposant que le champ est uniforme dans tout le solénoïde, donner l'allure des lignes de champ. Expliquer pourquoi une bobine traversée par un courant est assimilée à un aimant.
6. Retrouver, à partir des différents procédés techniques énoncés en cours (règles des trois doigts, du tire-bouchon, du bonhomme d'Ampère et de la main droite), l'orientation du champ magnétostatique au point  $M$  de l'axe de la spire.
7. Application numérique. Calculer la valeur du champ à l'intérieur d'un solénoïde considéré comme infini ( $I = 1 \text{ A}$ ,  $a = 1 \text{ cm}$ ,  $n = 1000 \text{ spires/m}$ ).

### Thème 3

## Champ magnétique résultant d'une distribution de courant : calcul direct avec le théorème d'Ampère



**André-Marie Ampère** (1775-1836)

Physicien français, développe la théorie de l'électromagnétisme.

Il imagine le galvanomètre et invente l'électro-aimant.

Il invente le nom solénoïde pour désigner la bobine rectiligne (étymologiquement "en forme de tuyau").

### Objectifs :

- Déterminer le sens et la direction du champ magnétostatique à l'aide des règles définies en cours
- Enoncer le théorème d'Ampère (texte, formule et figure)
- Connaître et savoir appliquer les règles d'orientation du courant

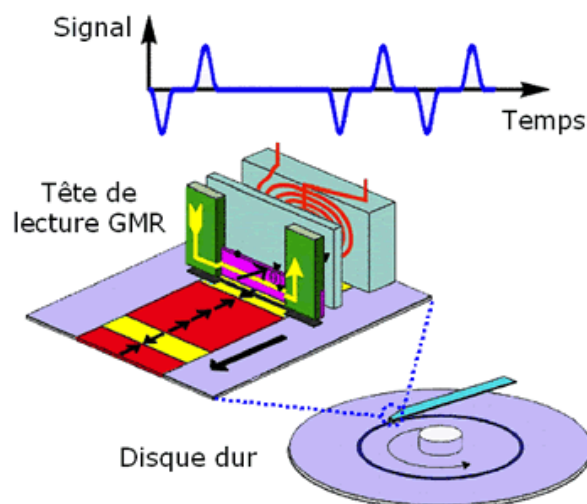


Fig. 11 : stockage de l'information par enregistrement magnétique

Une tête de lecture détecte les variations de champ magnétiques entre deux « bits » d'information successifs. Les têtes de lecture les plus récentes utilisent l'effet GMR (magnétorésistance géante) qui a valu le prix Nobel de physique 2007 à A. Fert.

**Questionnaire :**

1. Pour appliquer le théorème d'Ampère, il faut choisir au préalable :

- une surface d'Ampère fermée dont la normale  $\vec{n}$  est orienté vers l'intérieur de cette surface.
- un contour d'Ampère fermé n'enlaçant aucun courant et tel que le produit scalaire  $\vec{B} \cdot d\vec{l}$  soit nul en chaque point de ce contour.
- un contour d'Ampère fermé tel que le produit scalaire  $\vec{B} \cdot d\vec{l}$  soit uniforme (au moins par morceaux) sur ce contour.
- Aucune réponse n'est correcte.

2. Le théorème d'Ampère est donné par :

- $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlacé}}$
- $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlacé}} / \mu_0$
- $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$
- $\iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = I_{\text{enlacé}} / \mu_0$
- $\iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = I_{\text{enlacé}}$
- $\iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$
- $\iiint_{(V)} \|\vec{B}\| dV = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$
- $\iiint_{(V)} \|\vec{B}\| dV = I_{\text{enlacé}}$
- $\iiint_{(V)} \|\vec{B}\| dV = I_{\text{enlacé}} / \mu_0$

**Exercice 13 : application du théorème d'ampère (à faire avant le TD)**

1. Enoncer le théorème d'ampère.
2. Préciser dans chacun des cas suivants la somme algébrique des courants.

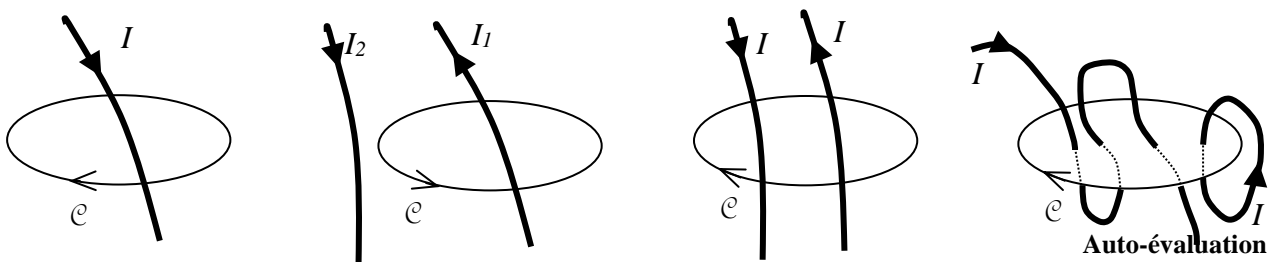


Fig. 12

**Exercice 14 : fil de longueur infinie**

Déterminer le champ magnétostatique créé à la distance  $\rho$  d'un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité  $I$ .

**Exercice 15 : solénoïde de longueur infinie (à faire après le TD)**

On considère un solénoïde mince d'axe  $z'Oz$  supposé de longueur infinie comportant  $n$  spires par unité de longueur et parcouru par un courant d'intensité  $I$ .

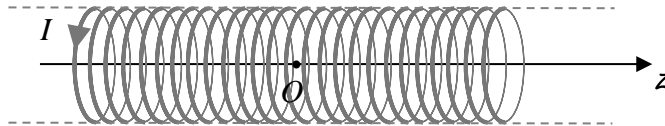


Fig. 13

A partir notamment de la connaissance du champ magnétostatique sur l'axe, démontrer que :

1. Hors de l'axe  $Oz$ ,  $\mathbf{B}(M) = B(\rho) \mathbf{e}_z$  par des considérations de symétries et d'invariances,
2. Le champ magnétostatique est uniforme à l'intérieur en utilisant le théorème d'Ampère,  
Le champ magnétostatique est nul à l'extérieur en utilisant le théorème d'Ampère.



## Thème 4

### Dipôles et moments, polarisation, aimantation, ferromagnétisme



**Alexandre Stoletov (1839-1896)**

*Né le 10 août 1839 à Vladimir et mort le 27 mai 1896 à Moscou, il est un physicien russe, père de l'électrotechnique et professeur à l'université de Moscou.*

#### Exercice 16 : champ magnétique terrestre (à faire avant le TD)

Le champ magnétique terrestre est modélisé par le champ d'un dipôle magnétique permanent de moment  $M$  situé au centre de la Terre et dirigé vers le pôle Sud. On assimile la Terre à une sphère de rayon  $R = 6360$  km. L'intensité du champ magnétique au pôle Nord terrestre est  $B_0 = 6,0 \times 10^{-5}$  T.

1. Quelle est la valeur de  $|M|$  ?
2. Commenter la phrase "une boussole indique le Nord".
3. Que valent les composantes horizontale et verticale du champ magnétique terrestre à Dunkerque (latitude  $\lambda = 51^\circ$ ) ?

#### Exercice 17 : ferromagnétisme du Nickel

Le nickel est ferromagnétique à la température ordinaire. Son aimantation est alors saturée dans un champ magnétique élevé. Dans ces conditions, on mesure simultanément dans ce matériau une valeur de l'excitation magnétique  $H = 5 \cdot 10^5$  A m<sup>-1</sup> et une valeur du champ magnétique  $B = 1,275$  T.

1. Calculer l'aimantation à saturation  $M_s$ .
2. Le nickel est aimanté à saturation à la valeur  $M_s$ . Sa masse volumique est désignée par  $\rho$  et sa masse atomique par  $A$ .

Exprimer la concentration  $n$  en atomes de nickel du matériau et déduire le moment magnétique  $\mu$  d'un atome de nickel. Calculer le moment magnétique  $\mu$  en unité de magnéton de Bohr  $\mu_B$ . On donne :  $\rho = 8,9 \cdot 10^3$  kg m<sup>-3</sup>,  $A = 59$  g.

3. On envisage un cylindre allongé de nickel aimanté à saturation selon son axe à la valeur précédente  $M_s$ .

Exprimer le courant d'aimantation dans une tranche du cylindre d'épaisseur  $d$ . Calculer sa valeur pour  $d = 1$  cm. Données :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H.m<sup>-1</sup> ;  $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$  J T<sup>-1</sup> ;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>

#### Exercice 18 : susceptibilité diamagnétique de l'argon

1. Une sphère de rayon  $R$  porte une densité superficielle de charge  $\sigma$  uniforme et tourne autour d'un axe passant par son centre  $O$  à la vitesse  $\omega$ .
  - a. Ecrire l'expression de la vitesse linéaire d'un point  $M$  de la sphère, repéré par l'angle  $\theta$ , puis déduire le vecteur densité de courant superficiel  $J_s$ .

Montrer que l'intensité du courant  $dI(\theta)$  qui parcourt la tranche de la sphère comprise entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  a pour expression  $dI(\theta) = \sigma R^2 \omega \sin\theta d\theta$

- b. Déterminer la grandeur du moment magnétique  $dm(\theta)$  de la boucle de courant parcourue par l'intensité  $dI(\theta)$ . Préciser sur une figure sa direction et son sens en supposant la densité négative  $\sigma$ .
- c. Dédurre l'expression du moment magnétique de la sphère en fonction de  $\sigma$ ,  $\omega$  et  $R$ .

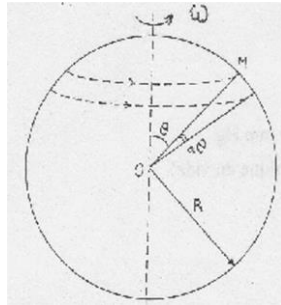


Fig. 14

2. On considère un atome dépourvu de moment magnétique permanent, possédant  $Z$  électrons périphériques de charge  $-e$  et de masse  $m$ .

Dans une représentation « classique » on suppose que l'atome possède la symétrie sphérique. Ceci implique que les  $Z$  électrons se répartissent de manière uniforme sur une sphère de rayon  $R$  et que les boucles de courant dues aux mouvements orbitaux ont toutes les orientations permises dans l'espace.

- a. Etablir l'expression de la densité superficielle  $\sigma$  en fonction de  $Z$ ,  $e$  et  $R$ .

Quelle peut être la résultante des moments magnétiques associés au mouvement des charges.

- b. L'atome est soumis à un champ magnétique  $\mathbf{B}$ . On peut montrer que l'effet du champ revient à mettre la sphère portant la distribution d'électrons en rotation autour de  $\mathbf{B}$  avec une vitesse angulaire  $\omega = eB / 2m$  (fréquence de Larmor) et un moment cinétique dirigé vers  $\mathbf{B}$ .

Etablir l'expression du module du moment magnétique de l'atome en utilisant le résultat de la question 1.c.

Préciser le sens du moment. Ecrire pour un échantillon contenant  $n$  atomes par unité de volume les expressions de l'aimantation  $\mathbf{M}$  et de la susceptibilité magnétique  $\chi_m$ .

- c. Application numérique :

Pour l'argon ( $Z = 18$ ), la mesure à  $20^\circ\text{C}$  et  $760\text{ mm}$  de Hg de la susceptibilité magnétique du gaz donne  $\chi_m = -1,09 \times 10^{-8}$ .

Dédurre la valeur du rayon moyen de l'atome d'argon. Commenter le résultat.

Données numériques :

$M = 9,1 \times 10^{-31}\text{ kg}$ ,  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$  nombre d'Avogadro,  $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$ , volume molaire :  $22,4\text{ litres}$  à  $0^\circ\text{C}$  et  $760\text{ mm}$  de Hg,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\text{ H m}^{-1}$  (perméabilité magnétique du vide).

### **Exercice 19 : polarisation en champ variable (à faire après le TD)**

On se propose d'étudier l'absorption d'une onde électromagnétique plane par un diélectrique non conducteur assimilé à un gaz très dilué.

1. On considère un électron, de masse  $m$ , de charge  $-e$ , lié élastiquement à une molécule du diélectrique de centre d'inertie  $O$ . On désigne par  $s$ , son déplacement, supposé petit par rapport à  $O$ . L'électron est soumis à une force de rappel  $-m\omega_0 s$ , à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse  $-m\gamma ds/dt$  qui traduit l'effet de différentes causes d'amortissement de son mouvement, et à la force due à l'action du champ électromagnétique de l'onde plane. On suppose que la vitesse  $v$  de l'électron reste toujours petite devant celle de la lumière dans

- le vide  $c$ . On prendra  $\omega_0 \gg \gamma$ .  $\omega_0$  et  $\gamma$  sont caractéristiques de la molécule.
- a. Montrer que la force exercée par le champ magnétique est négligeable devant celle exercée par le champ électrique.
  - b. Ecrire l'équation du mouvement de l'électron dans le cas particulier  $\mathbf{E} = \mathbf{0}$  ; déterminer les solutions de cette équation ; quelle est la signification physique de  $\tau = 2/\gamma$  ?
2. Le champ macroscopique  $\mathbf{E}$  de l'onde dans le milieu est sinusoïdal. Le milieu comporte  $N$  électrons liés du même type par unité de volume et on admet que le champ électrique qui exerce son action sur un électron est en fait le champ local de Lorentz.
- a. Donner l'expression de la polarisation  $\mathbf{P}$  en régime harmonique, après amortissement des phénomènes transitoires, en fonction de  $s$  et montrer que la correction de Lorentz se traduit par le remplacement de la pulsation  $\omega_0$  par une pulsation  $\omega_l$  que l'on déterminera.
  - b. Calculer le rapport  $\omega_l/\omega_0$  pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 0,15 \mu\text{m}$ .  
On donne :  $N = 2 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ C}$ , et  $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  
Montrer que si le milieu est très dilué on peut confondre  $\omega_0$  et  $\omega_l$ .
3. En confondant champ local et champ appliqué, calculer la susceptibilité complexe  $\chi$  et la permittivité relative complexe  $\varepsilon_r$  du diélectrique, en fonction de  $\omega_p = (Ne^2 / m\varepsilon_0)^{1/2}$ .
4. Montrer que le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  est complexe ; établir son expression en fonction de  $\varepsilon_r$ ,  $\omega$  et  $c$ . Faisant les approximations que permet la dilution du milieu, déterminer le coefficient d'absorption du diélectrique correspondant à la partie imaginaire du vecteur  $\mathbf{k}$ .